



UNIVERSITY OF NORTH BENGAL

B.Sc. General Part-II Examination, 2020

MATHEMATICS

PAPER-VI (New Syllabus)

Time Allotted: 1 Hour

Full Marks: 25

*The figures in the margin indicate full marks.
All symbols are of usual significance.*

GROUP-A / বিভাগ-ক / সমূহ-ক

Answer Question No. 1 and any *one* from the rest

১নং এবং অপর যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দাও

प्रश्न न.१ अनि रहलबाट कुनै एकवटा प्रश्नका उत्तर देऊ

1. (a) Define Terminal Velocity. 1
Terminal Velocity-র সংজ্ঞা দাও।
Terminal বেগ भनेको के हो ?
- (b) Define Simple Harmonic Motion. 2
Simple Harmonic Motion-র সংজ্ঞা দাও।
सरल आवर्त (SHM) भनेको के हो ?
- (c) If a particle moves with constant angular velocity about a point O in the plane of motion, show that the cross-radial acceleration is proportional to the radial velocity, where O is the origin. 2
मूलबिन्दु ' O ' र सापेक्षे ध्रुवक कोणिक वेगे घूर्णयमान कणार (particle) ক্ষেত্রে দেখাও যে cross-radial ত্বরণ (acceleration) radial বেগের সাথে সমানুপাতিক। যেখানে ' O ' হচ্ছে মূলবিন্দু।
गतिको समतलमा बिन्दु, O को सापेक्षमा एउटा कण स्थिर कोणीय वेगसगँ गतिशील छ।
 O मूलबिन्दु भए, अनुप्रस्थ त्वरण चाहि त्रैज्य वेगसगँ समानुपातिक हुन्छ भनी प्रमाण गर।
2. (a) Using the polar co-ordinates (r, θ) , deduce radial and cross-radial components of velocities and accelerations of a particle which describes a plane curve. 7
मेरु स्थानाङ्क (r, θ) ব্যবহার করে, বেগ ও ত্বরণের (velocity and acceleration) radial ও cross-radial উপাংশ নির্ণয় কর। যেখানে কণাটি একটি বক্র (curve) বরাবর চলমান।
एउटा समतलीय वक्र तय गरिरहेको कुनै कणका वेग अनि त्वरणका त्रैज्य अनि अनुप्रस्थ घटकहरूको राशिमाला ध्रुवीय स्थानाङ्क (r, θ) मा निगमन गर।
- (b) The radial and cross-radial velocities of a particle are kr and $l\theta$. Find the polar equation of the path of the particle. 3
একটি কণার ক্ষেত্রে radial ও cross-radial বেগ (velocity) যথাক্রমে kr ও $l\theta$ । কণাটির চলমান পথের মেৰু সমীকরণ (polar equation) বাহির কর।
एउटा कणको त्रैज्य अनि अनुप्रस्थ वेगहरू क्रमैले kr अनि $l\theta$ हुन्। त्यो कणको पथको ध्रुवीय समीकरण निर्णय गर।

3. (a) A particle is projected from an apse at a distance 'a' under the law of force $\frac{\mu}{r^5}$. If 7

the velocity of projection be $\sqrt{\frac{\mu}{2}} \cdot \frac{1}{a^2}$, show that the orbit described is $r = a \cos \theta$.

एकटल कणके तलर पथेर उडर अवस्थलत अपसे अवस्थल त्हेके $\sqrt{\frac{\mu}{2}} \cdot \frac{1}{a^2}$ डेगे अबलक्षलत कलरल हल।

यदल डलेर डरलडण (law of force) $\frac{\mu}{r^5}$ हय, तडे देखलओ डे डेरु स्थलनलक (r, θ) ते कणलटलर पथेर सडुडकलरण $r = a \cos \theta$ ।

डल $\frac{\mu}{r^5}$ कल डडलडडल 'a' दूरलडल रहेकल अपसे डलट एउतल कणललई डडुडण गरलनतुड। यदल

डडुडणकल डेग $\sqrt{\frac{\mu}{2}} \cdot \frac{1}{a^2}$ डए, नलरडण हुने कडुडल $r = a \cos \theta$ हुनुत डनल डडलण गर।

(b) The displacement of a moving point is given by $x = a \cos kt + b \sin kt$. Show that the point executes an S.H.M. 3

सडुडेर सलडेकुडे एकलटल कलडडलन कणलर स्थलनलतुर-सडुड सडुडकलरण $x = a \cos kt + b \sin kt$ । देखलओ डे कणलटल एकलटल Simple Harmonic Motion-ए कलडडलन।

एउतल गतलशलल डलनुदुकल वलस्थलडनललई $x = a \cos kt + b \sin kt$ ले वुडकत गरुत डने तुडसकल गतल सरल आवत (SHM) हुल डनल डडलण गर।

4. (a) A particle is projected vertically upwards under gravity with a velocity V. Assume that the air resistance of air as kv per unit mass, where v is the velocity of the particle and k is a constant, obtain the equation of motion of the particle and show that the particle comes to rest at a height $\frac{V}{k} - \frac{g}{k^2} \log(1 + \frac{kV}{g})$, above the point of projection, g being the acceleration due to gravity, supposed constant. 7

एकलटल कणके V गतलडेगे gravity-र सलडेकुडे उडरेर दलके डडुडण कलरल हल। यदल धरे नेओडल हय डे डलतलसेर डलधलर डरलडण kv per unit mass, डेखलने v हकुडे कणलर गतलडेग एडं k एकलटल डडुडक, तलहले कणलटलर गतलडथेर सडुडकलरण, नलरडण कर एडं देखलओ डे कणलटल स्थलर हडे डलडे उडकुडेण डलनुदु त्हेके $\frac{V}{k} - \frac{g}{k^2} \log(1 + \frac{kV}{g})$ उकुडतलड। g हकुडे gravity-र कुनड तुरण (acceleration due to gravity) एडं धरल हडेडे डडुडक हलसलडे।

V डेगसलत एउतल कणललई गुरुतुवलकडुडणकल डडलडडल उलुडड डकलरले डडुडण गरलनतुड। यदल वलडुकल रलधकतल kv डुरतल एकरई दुरवुडडलन, v कणकल डेग अनल k एउतल स्थलरलडुड डए, गतलकल सडुडकलरण नलरडण गर। यदल g गुरुतुवलकडुडणकल तुरण डए $\frac{V}{k} - \frac{g}{k^2} \log(1 + \frac{kV}{g})$ उकुडतलडल तुडस कणकल गतल स्थलर अवस्थलडल डुडतुड डनल डडलण गर।

(b) A particle describes an elliptic orbit under a force which is always directed towards the centre of the ellipse. Find the law of force. 3

उडडुडतुकलर (elliptic) कडुडडथे कलडडलन एकलटल कणलर उडर डुरडुकुड डल (force) केकुडेर दलके। डलेर आलन डल डरलडण (law of force) वलहलर कर।

एउतल कणले अणुडवुतुकलर डथ तड गरुत अनल तुडल एउतल यसुतल डलकल डडलडडल कत कुल सडुड अणुडवुतुकल केनुदुतडरु कत डने डलकल नलडड नलरडण गर।

GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

5. (a) Define Uniform Distribution. 1
Uniform Distribution-এর সংজ্ঞা দাও।
সমান বিতরণকো পরিभाषा देऊ।
- (b) Let X be a Poisson Variate and $P(X = 1) = P(X = 2)$. Then, find $E(X)$. 2
Poisson Variate X -এর ক্ষেত্রে $P(X = 1) = P(X = 2)$ । তাহলে $E(X)$ -এর মান নির্ণয় কর।
 X এডটা Poisson চর অনি $P(X = 1) = P(X = 2)$ भए $E(X)$ को मान निर्णय गर।
- (c) If $x + 6y = 6$ and $3x + 2y = 10$ are the regression lines, then find the correlation co-efficient between X and Y . 2
यदि $x + 6y = 6$ এবং $3x + 2y = 10$ দুটি Regression lines -এর সমীকরণ হয়, তবে X ও Y এর correlation co-efficient-এর মান নির্ণয় কর।
 $x + 6y = 6$ অনি $3x + 2y = 10$ সমাপ্রয়ণ রেखाहरू भए, X अनि Y को सहसम्बन्ध गुणाङ्क निर्णय गर।

OR

6. (a) If X and Y are two random variables, then show that $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$. 2
यदि X ও Y দুটি Random variable হয়, তাহলে দেখাও যে $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ ।
यदि X अनि Y यादृच्छिक चरहरू भए, प्रमाण गर : $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$
- (b) Prove that $-1 \leq \rho(X, Y) \leq 1$, where $\rho(X, Y)$ is the correlation co-efficient between two random variables X and Y . 2
देखाओ যে $-1 \leq \rho(X, Y) \leq 1$, যেখানে $\rho(X, Y)$ হচ্ছে দুটি random variable-এর correlation co-efficient।
यादृच्छिक चरहरू X अनि Y को $\rho(X, Y)$ सहसम्बन्ध गुणाङ्क भए, प्रमाण गर : $-1 \leq \rho(X, Y) \leq 1$
- (c) Explain the term Sampling distribution of a statistic. 1
Sampling distribution of a statistic-এর ব্যাখ্যা সহ বর্ণনা কর।
एउटा तथ्याङ्क (statistic) को Sampling वितरण बुझाउँ।
7. Answer any **one** question: 5×1 = 5
যে-কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
कुनै एकवटा प्रश्नका उत्तर देऊः
- (a) Find the mean and variance of a Poisson distribution. 5
Poisson distribution-এর mean ও variance-এর মান নির্ণয় কর।
Poisson वितरणको मध्यमान अनि प्रसरण निर्णय गर।
- (b) Find the regression lines from the following data: 5
निम्नलिखित मानेर तालिका থেকে দুটি Regression lines-এর সমীকরণ নির্ণয় করঃ
तलको तथ्याङ्कबाट समাপ्रयण रेखाहरू निर्णय गर :

x	6	2	10	4	8
y	2	11	5	8	7

- (c) (i) The p.d.f. of a continuous random variable
- X
- is

2

$$f(x) = \begin{cases} k(x-1)(2-x) & ; 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & ; \text{elsewhere} \end{cases}$$

Determine the value of the constant k .

একটি Continuous random variable-এর pdf হচ্ছে

$$f(x) = \begin{cases} k(x-1)(2-x) & ; 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & ; \text{elsewhere} \end{cases}$$

ধ্রুবক k -এর মান নির্ণয় কর।

एउटा निरन्तर यादृच्छिक चर X को p.d.f.

$$f(x) = \begin{cases} k(x-1)(2-x) & ; 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & ; \text{अन्य ठाउँ} \end{cases}$$

भए स्थिराङ्क k को मान निर्णय गर।

- (ii) Find the angle between two regression lines and hence show that if the two variables are uncorrelated, then the lines are perpendicular.

3

দুটি Regression line-এর মধ্যকার কোণের মান নির্ণয় কর এবং দেখাও যে সরলরেখা দুটি পরস্পর লম্ব (perpendicular) হবে যদি দুটি variable uncorrelated হয়।

दुई समाश्रयण रेखाहरू माझको कोण निर्णय गर, साथै दुई चरहरू असंगत (uncorrelated) भए, रेखाहरू लम्बकोणीय हुन्छ भनी प्रमाण गर।

—×—